

## จัดการเรียนรู้อย่างไรให้ผู้เรียนเกิดทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

อารมณั จันทร์ลาม

**โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์** คือ โจทย์ที่มีข้อความ เป็นภาษาหนังสือหรือโจทย์ที่เป็นเรื่องราว หรือโจทย์สนทนาที่เป็นภาษาพูด ที่ไม่สามารถหาผลลัพธ์ได้ในทันทีทันใด ต้องคิดหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลขซึ่งต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน การตัดสินใจลงมือแก้ปัญหาเอง โดยจะต้องแปลความหมาย วิเคราะห์ความหมายของโจทย์ปัญหาก่อนที่ดำเนินการหาคำตอบ (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2539: 70)

### เทคนิคในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

- 1. เทคนิคการอ่านโจทย์ปัญหา** จะต้องแบ่งวรรคตอนถูกต้อง อ่านซ้ำเพื่อจับใจความสำคัญของโจทย์ว่า กล่าวถึงเรื่องอะไร อย่างไร
- 2. เทคนิคการใช้คำถาม** จะต้องฝึกให้เป็นคนเก่ง ถามถึงประเด็นสำคัญว่า ข้อความของโจทย์ปัญหาทั้งหมดนั้นมีกี่ตอน ตอนใดเป็นสิ่งที่กำหนดให้และตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ถาม หรือโจทย์ต้องการทราบ
- 3. เทคนิคการวาดภาพประกอบโจทย์ปัญหา** เพื่อให้เข้าใจข้อความในโจทย์ปัญหาชัดเจนและมีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น นักเรียนหลายคนจะเข้าใจข้อความของโจทย์ปัญหาเมื่อมีภาพหรือแผนภาพประกอบ
- 4. เทคนิคการแต่งโจทย์ปัญหา** โดยเริ่มจากโจทย์ปัญหาที่ไม่ซับซ้อนและใช้ตัวเลขมีค่าน้อย ๆ ก่อนแล้วค่อย แต่งโจทย์ปัญหาที่ค่อนข้างซับซ้อนขึ้น ใช้ตัวเลขที่มีค่ามากขึ้น เพื่อให้ นักเรียนตีความ แปลความและสรุปความตลอดจนวิเคราะห์ข้อความในโจทย์ได้ว่าจะแก้ปัญหานั้นด้วยวิธีการใด หากนักเรียนสามารถคิดวิธีแก้โจทย์ปัญหาจากง่ายไปหายากได้ ก็จะทำให้ นักเรียนมีความเชื่อมั่นตัวเองว่า แก้โจทย์ปัญหานั้นเป็น
- 5. เทคนิคการแปลความและสรุปความเป็นประโยคสัญลักษณ์** ครูควรฝึกให้นักเรียนสามารถคิดวิเคราะห์ข้อความที่เป็นสิ่งที่กำหนดให้ กับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร จะมีแนวทางในการหาคำตอบหรือแก้โจทย์ปัญหาได้ด้วยวิธีใด โดยครูผู้สอนต้อง “ไม่บอกให้รู้ แต่หนูคิดวิธีได้เอง”
- 6. เทคนิคการเขียนแสดงวิธีทำ** ครูควรฝึกให้นักเรียนเขียนข้อความแสดงวิธีทำในแต่ละข้ออย่างสั้น ๆ แต่ต้องชัดเจนและรัดกุม สื่อความหมายได้ดีตามเจตนาของโจทย์ปัญหานั้นและหาวิธีทำหลาย ๆ วิธี เท่าที่จะสามารถคิดได้ เพื่อให้ นักเรียนได้เทคนิคการเขียนหลาย ๆ รูปแบบ

## องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

Donovab John and Jeral Rising ( อ้างในยูพิน พิพิชกุล: 2537) กล่าวว่า การแก้ปัญหา จะต้องประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ ซึ่งหมายความว่า ผู้ที่จะแก้ไขจะต้องมองทะลุและกว้างไกลมองเห็นแนวทางที่จะคิดแก้ปัญหา

2. การจินตนาการ ในการคิดแก้ปัญหานั้นจะต้องรู้จักจินตนาการว่าควรจะเป็นอย่างไร เพื่อเป็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหา

1. การจัดทำอย่างมีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางแล้วก็ลงมือทำอย่างมีระบบ มีขั้นตอน ทำด้วยความชำนาญการ

4. การวิเคราะห์ จะต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น

5. การสรุป เมื่อลงมือกระทำจนมองเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้

6. การโยงความคิด การสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา เมื่อโจทย์พูดถึงเรื่องอะไร ก็สามารถที่จะสัมพันธ์ถึงเรื่องต่อไปและมองเห็นแนวทางได้

## กระบวนการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya' Problem Solving Steps)

โพลยา ได้จัดลำดับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

**ขั้นที่หนึ่ง ทำความเข้าใจปัญหา** ผู้แก้ปัญหามustพิจารณาว่าเรากำลังจะแก้ปัญหาคืออะไร เช่น ถ้าเป็นปัญหาข้อความ ต้องพิจารณาว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไร มีข้อมูลอะไรที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหามีเงื่อนไขหรือข้อจำกัดอะไรบ้าง ข้อมูลอะไรที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหานั้น ข้อมูลที่ให้มาเพียงพอที่จะแก้ปัญหานั้นได้หรือไม่ หรือให้ข้อมูลที่เกินความจำเป็นหรือไม่ หรือมีข้อมูลที่ขัดแย้งกันหรือไม่

**ขั้นที่สอง การวางแผนแก้ปัญหา** ผู้แก้ปัญหามustพิจารณาว่าเคยพบปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาที่เหมือน ๆ กันหรือคล้ายคลึงกันบ้างหรือไม่ ผู้แก้ปัญหามustเห็นความเกี่ยวข้องในการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ รู้ทฤษฎีอะไรที่จะนำมาช่วยในการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ พิจารณาลักษณะที่โจทย์ถามหรือตัวไม่ทราบค่า เปรียบเทียบกับปัญหาที่คุ้นเคยที่มีตัวไม่ทราบค่าเหมือนกันหรือคล้ายคลึงกัน พิจารณาวัดว่าจะนำปัญหานั้นมาช่วยในการแก้ปัญหานั้นใหม่ได้หรือไม่ หรือจะนำผลที่ได้จากปัญหานั้นมาแก้ปัญหานั้นใหม่ได้หรือไม่ ผู้แก้ปัญหามustใช้วิธีอะไร แจกแจงสิ่งที่จะสามารถนำมาช่วยแก้ปัญหานั้น

**ขั้นที่สาม ดำเนินการตามแผน** ผู้แก้ปัญหามustดำเนินการตามแผนโดยเริ่มตรวจสอบแต่ละขั้นของแผน ปรับปรุงแผน แล้วลงมือปฏิบัติจนสามารถหาคำตอบได้

**ขั้นที่สี่ ตรวจสอบผลที่ได้ หรือการมองย้อนกลับ** กล่าวคือ ผู้แก้ปัญหามustสามารถตรวจสอบการดำเนินการแต่ละขั้นว่าถูกต้องหรือไม่ ผู้แก้ปัญหามustสามารถตรวจสอบผลลัพธ์ว่าถูกต้องหรือไม่ สามารถตรวจสอบว่ามีเหตุผลสนับสนุนหรือไม่ ได้รับผลแตกต่างกันหรือไม่ เห็นความคลาดเคลื่อนต่าง ๆ หรือไม่ สามารถใช้ผลลัพธ์หรือวิธีการนั้นกับปัญหานั้น ๆ ได้หรือไม่

ตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา  
เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม

\*\*\*\*\*

1. สาระที่ 2 การวัด

2. มาตรฐานการเรียนรู้

1. แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

3. มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น

1. นำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

4. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมให้สามารถวิเคราะห์โจทย์หาคำตอบ และแสดงวิธีทำได้

5. สาระการเรียนรู้

1. โจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม

6. ภาระชิ้นงาน

แบบฝึกทักษะ

7. กระบวนการจัดการเรียนรู้

7.1 จุดประสงค์

นักเรียนแสดงวิธีทำและหาคำตอบ โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ถูกต้องอย่างน้อย 7 ข้อใน  
10 ข้อ

โดยใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้น คือ

- 1) นักเรียนวิเคราะห์โจทย์ได้ถูกต้อง
- 2) นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาและเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง
- 3) นักเรียนแสดงวิธีทำและหาคำตอบได้ถูกต้อง
- 4) นักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้ถูกต้อง

## 7.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ครูแจ้งเนื้อหาแล้วร่วมกันสนทนาเพื่อนำไปสู่จุดประสงค์การเรียนรู้
- 2) ทบทวนเรื่องการหาความยาวรอบรูปและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม

ที่ดินรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส อยากให้หาค่าพื้นที่ที่จับจอง	เอาสายวัดรอบความยาวเก้าสิบสอง เพราะจะต้องจ่ายภาษีกรรมที่ดิน
--	--

ให้นักเรียนอ่านกลอนที่กำหนดแล้วช่วยกันคิดหาคำตอบ ตอบคำถาม ดังนี้

- 2.1 สี่เหลี่ยมรูปนี้เป็นสี่เหลี่ยมอะไร
  - 2.2 สี่เหลี่ยมรูปนี้มีความยาวรอบรูปเท่าไร หาได้อย่างไร
  - 2.3 สี่เหลี่ยมรูปนี้มีความยาวด้านละเท่าไร หาได้อย่างไร
  - 2.4 สี่เหลี่ยมรูปนี้มีพื้นที่เท่าไร หาได้อย่างไร
  - 2.5 นักเรียนสรุปวิธีคิด แสดงความคิดเห็น
- 3) ครูกำหนดโจทย์ปัญหาในกระดานดังนี้

สนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 10 เมตร ยาว 20 เมตร นำหญ้ารูปสี่เหลี่ยม จัตุรัสยาวด้านละ 50 เซนติเมตร ปูจนเต็มสนาม จะต้องใช้หญ้ากี่แผ่น ถ้าหญ้าราคาแผ่นละ 25 บาท และ คิดเป็นเงินค่าหญ้าทั้งหมดเท่าไร
---

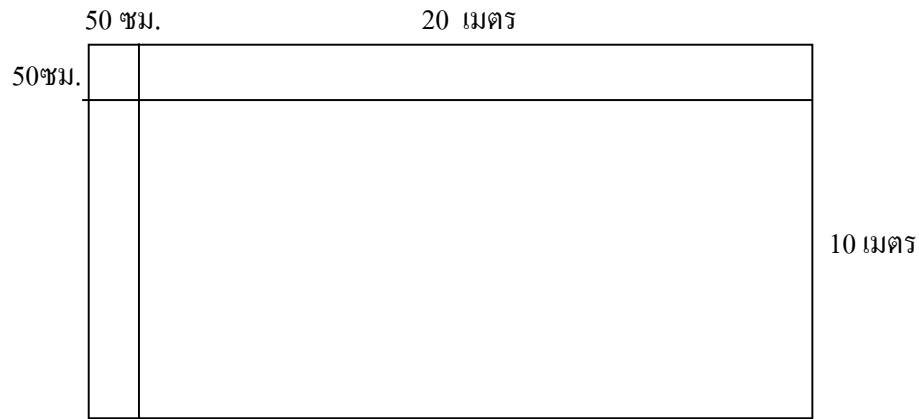
### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

ให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์หรือทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาโดยตอบคำถามต่อไปนี้

- โจทย์ข้อนี้กล่าวถึงเรื่องอะไร (การปลูกหญ้าบนพื้นสนาม)
- โจทย์ต้องการทราบเรื่องอะไร (ปูหญ้าเต็มสนามจะต้องใช้หญ้ากี่แผ่นและจ่ายเงินค่าซื้อหญ้าเท่าไร)
- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง (ความกว้าง ความยาวของสนาม และขนาดของแผ่นหญ้าที่จะซื้อมาปูสนาม ราคาของหญ้า 1 แผ่น )
- ขนาดของความกว้าง ความยาวของสนามและขนาดความกว้างความยาวของแผ่นหญ้าแตกต่างกันในเรื่องใด (หน่วยวัดความยาวแตกต่างกัน)
- เมื่อปูหญ้าจนเต็มสนามแล้ว พื้นที่ของหญ้าที่ปูจะเท่ากับพื้นที่ของสนามหรือไม่ (เท่ากัน)

## ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

ให้นักเรียนช่วยกันวางแผนเพื่อแก้ปัญหาโจทย์โดยใช้แผนภาพดังนี้



- จากแผนภาพจะหาจำนวนแผ่นหญ้าที่ปูไปตามความยาวของสนามนักเรียนจะหาได้อย่างไร (เอาความยาวของสนามหารด้วยความยาวของแผ่นหญ้า 1 แผ่น)
- ถ้าต้องการจะหาจำนวนแผ่นหญ้าที่ปูไปตามความกว้างของสนามจะหาได้อย่างไร (เอาความกว้างของสนามหารด้วยความกว้างของแผ่นหญ้า 1 แผ่น)
- เมื่อต้องการทราบจำนวนแผ่นหญ้าที่ใช้ทั้งหมดนักเรียนจะอย่างไร (เอาจำนวนแผ่นหญ้าทั้งหมดที่ปูไปตามความยาวของสนามคูณเต็ม 1 แถว คูณด้วยจำนวนแผ่นหญ้าที่ปูไปตามความกว้างของสนามคูณเต็ม 1 แถว)
- นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายว่าจะมีวิธีอื่นในการคิดหาจำนวนแผ่นหญ้าที่ใช้ปูในสนามทั้งหมดได้อีกหรือไม่ และหาได้อย่างไร (หาได้, คือ นับจำนวนแผ่นหญ้า, หาพื้นที่ของสนามแล้วหารด้วยพื้นที่ของแผ่นหญ้า 1 แผ่น)
- นักเรียนคิดว่ามีวิธีใดที่คิดหาจำนวนแผ่นหญ้าได้สะดวกและรวดเร็วที่สุด (หาพื้นที่ของสนามแล้วหารด้วยพื้นที่ของแผ่นหญ้าที่ปู 1 แผ่น)
- จากวิธีหาจำนวนแผ่นหญ้า โดยใช้พื้นที่ของสนามหารด้วยพื้นที่ของแผ่นหญ้า 1 แผ่น จะต้องใช้กระบวนการคิดคำนวณด้วยวิธีใดบ้าง (คูณและหาร)
- จากโจทย์ข้อนี้ ในการคิดคำนวณจำนวนแผ่นหญ้า เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไร  $[(2,000 \times 1,000) \div (50 \times 50) = \square]$
- มีวิธีคิดหาราคาหญ้าได้อย่างไร  
( นำราคาหญ้า 1 แผ่น  $\times$  จำนวนแผ่นหญ้าทั้งหมดที่ปูสนาม )

### ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน

- ใช้กระบวนการกลุ่ม
  - กลุ่มที่ 1 หาพื้นที่ของหญ้า 1 แผ่น (พื้นที่หญ้า 1 แผ่น  $50 \times 50 = 2,500$  ตารางเซนติเมตร)
  - กลุ่มที่ 2 หาพื้นที่ของสนามโดยทำให้พื้นที่ของสนามมีหน่วยเป็นตารางเซนติเมตร
- นักเรียนและครูช่วยกันแสดงวิธีคิดหาคำตอบ ดังนี้

#### วิธีทำ

สนามหญ้ากว้าง 10 เมตร คิดเป็น  $10 \times 100 = 1,000$  เซนติเมตร

สนามหญ้ายาว 20 เมตร คิดเป็น  $20 \times 100 = 2,000$  เซนติเมตร

สูตรพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า = กว้าง  $\times$  ยาว

ดังนั้นสนามมีพื้นที่  $1,000 \times 2,000 = 2,000,000$  ตาราง

เซนติเมตร

หญ้ารูปร่างสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 50 เซนติเมตร

ดังนั้นหญ้า 1 แผ่น มีพื้นที่  $50 \times 50 = 2,500$  ตารางเซนติเมตร

จำนวนหญ้าที่ใช้ปูสนามหาได้จาก พื้นที่สนามหาร ด้วยพื้นที่หญ้า 1 แผ่น

ดังนั้นใช้หญ้าวางสนามทั้งหมด  $2,000,000 \div 2,500 = 800$  แผ่น

หญ้า 1 แผ่น ราคา 25 บาท

ดังนั้น หญ้า 800 แผ่น ราคา  $25 \times 800 = 20,000$  บาท

ตอบ ใช้หญ้าวางทั้งหมด 800 แผ่น

คิดเป็นเงินค่าหญ้า 20,000 บาท

### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายว่า จะตรวจสอบได้อย่างไรว่า คำตอบที่หาได้นั้น ถูกต้องหรือไม่

- ถ้าเอาแผ่นหญ้าที่หาได้ทั้งหมดคือ 800 แผ่น คูณกับพื้นที่ของหญ้า 1 แผ่น แล้วได้เท่ากับ พื้นที่ของสนาม คำตอบที่หาได้นี้ถูกต้อง ดังนี้

$2,000,000 \div 2,500 = 800$  ดังนั้น ผลหาร  $\times$  ตัวหาร = ตัวตั้ง

นั่นคือ  $800 \times 2,500 = 2,000,000$

หรืออาจตรวจสอบได้ว่า

พื้นที่ของสนามรูปสี่เหลี่ยมคือ ความกว้าง  $\times$  ความยาว

พื้นที่ของสนาม  $\div$  ความกว้างของสนาม = ความยาวของสนาม

พื้นที่ของสนาม  $\div$  ความยาวของสนาม = ความกว้างของสนาม

$$\text{ดังนั้นสนามยาว} = 2,000,000 \div (10 \times 100)$$

$$= 2,000,000 \div 1,000 = 2,000 \text{ ซม.} = 20 \text{ เมตร}$$

$$\text{สนามกว้าง} = 2,000,000 \div (20 \times 100)$$

$$= 2,000,000 \div 2,000 = 1,000 \text{ ซม.} = 10 \text{ เมตร}$$

- นอกจากวิธีนี้แล้วยังมีวิธีอื่นอีกหรือไม่ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น

4. นักเรียนร่วมกันสรุปวิธีหาคำตอบ

5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ โจทย์ปัญหาการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม

## 8. แหล่งเรียนรู้

หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

โจทย์ปัญหาสี่เหลี่ยมสี่เหลี่ยม

กลอน

## 9. กระบวนการวัดผลประเมินผล

### 9.1 สิ่งที่จะประเมิน

1. ผลการทำแบบฝึกทักษะ

### 9.2 เครื่องมือประเมิน

แบบฝึกทักษะ

### 9.3 เกณฑ์การประเมิน

ทำถูก	8 - 10 ข้อ	ดี
ทำถูก	5 - 7 ข้อ	ปานกลาง
ทำถูก	0 - 4 ข้อ	ปรับปรุง

## 10. บันทึกการใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้



บันทึกหลังสอน

1. ผลการสอน จากการทดสอบหลังสอน

โดยรวมนักเรียนมีคะแนนหลังสอนร้อยละ.....  
นักเรียนได้คะแนนหลังสอนอยู่ในเกณฑ์ดี.....คน คิดเป็นร้อยละ.....  
นักเรียนได้คะแนนหลังสอนอยู่ในเกณฑ์ปานกลาง.....คน คิดเป็นร้อยละ.....  
นักเรียนได้คะแนนหลังสอนอยู่ในเกณฑ์ต้องปรับปรุง.....คน คิดเป็นร้อยละ.....

2. ผลการจัดกิจกรรม

ปัญหา	สาเหตุ	แนวทางแก้ไข

3. สรุป

ผลการสอนอยู่ในเกณฑ์

- ดี       ปานกลาง       ปรับปรุง

ผลการจัดกิจกรรมอยู่ในเกณฑ์

- ดี       ปานกลาง       ปรับปรุง

นักเรียนที่ควรสอนซ่อมเสริมได้แก่

.....  
.....  
.....  
.....

